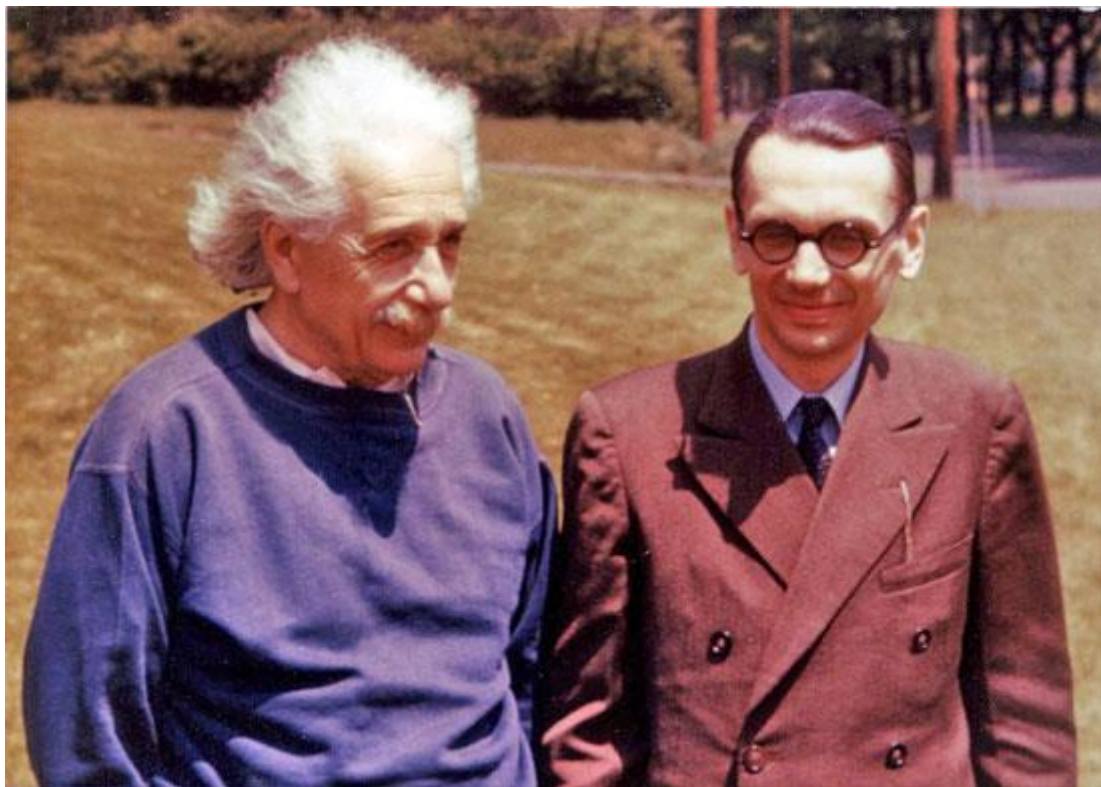


Kurt Gödel

a cura di Walter Petese



Dedicato alle mie figlie lontane Carla e Ida

Di Piergiorgio Odifreddi

Kurt Gödel: Il Matematico del Secolo per "Time"

La rivista "Time", come sapete, ogni anno sceglie il personaggio dell'anno. Nel 2000, un momento di passaggio tra i secoli (senza discutere se il secolo cominciasse nel 2000 o nel 2001, per non far inalberare Zichicchi, che ha idee precise in merito), "Time" decise che il secolo cominciava nel 2000. Per questo, scelse l'uomo del secolo passato. Non si possono fare previsioni sul futuro, come diceva Niels Bohr, è sempre difficile fare previsioni, soprattutto sul futuro. Quindi si guardò al Novecento.

La rivista "Time" scelse **Albert Einstein** come uomo del secolo. Stranamente non era un politico, un attore, uno scrittore o un filosofo, bensì uno scienziato. Einstein, tornato di recente agli onori della cronaca **per la rilevazione delle onde gravitazionali**, è tornato alla ribalta anche oggi per la prima fotografia di un buco nero. Le persone che credono solo a ciò che vedono con i propri occhi, da oggi credono all'esistenza del buco nero. Anche se è paradossale la notizia data dai giornali: **è stato fotografato il buco nero, che è proprio ciò che non si può fotografare**. È stato fotografato ciò che c'è intorno al buco nero, ma non il buco nero stesso.

Einstein è stato sicuramente il più grande scienziato del Novecento. È significativo che "Time" abbia deciso di eleggerlo uomo del secolo, per quello che può valere, ovviamente, perché non è l'Oracolo di Delfi. Era un personaggio pubblico, con idee politiche, religiose e filosofiche ben definite, che non si è risparmiato nel descrivere, diventando così il simbolo del secolo scorso.

Poiché dove ci sono i premi ci sono anche i secondi posti, "Time" decise in quello stesso anno di scegliere il più grande matematico, il più grande filosofo e il più grande informatico del secolo. Il motivo per cui lo dico lo capirete tra poco.

Il più grande matematico del secolo fu nominato proprio **Kurt Gödel**, di cui parleremo, un logico matematico. Questo naturalmente infastidì gli altri matematici, quelli che lavorano in teoria dei numeri, in geometria algebrica, ecc., che hanno sempre considerato la logica una materia di second'ordine. Ma c'è un motivo per cui Gödel è diventato, perlomeno nell'immaginario mediatico e giornalistico di "Time", l'uomo del secolo.

Il filosofo del secolo, questa è una scelta difficile, perché esistono almeno due grandi famiglie di filosofi, l'una contro l'altra armata: i **filosofi continentali** (europei), il cui più grande esponente probabilmente era **Heidegger**, e i suoi seguaci, **Husserl** (precursore), e poi gente come **Sartre** e tanti altri esistenzialisti. Dall'altra parte c'è **la grande famiglia dei filosofi anglosassoni o analitici**, che non si interessano delle "parole con la maiuscola", bensì di fatti molto concreti, e cercano di analizzare ciò che la scienza dice e scopre. Queste due grandi famiglie sono incompatibili, quindi era difficile scegliere il "più grande filosofo". Forse il filosofo più rappresentativo della filosofia analitica è stato **Bertrand Russell**. La scelta avrebbe potuto essere tra Russell e Heidegger. Chi scelse invece la rivista "Time"? Giustamente, in maniera salomonica, scelse **Ludwig Wittgenstein**, un signore che ha scritto due libri: "Il Trattato logico-filosofico" (fondamentale per i filosofi analitici) e "Le ricerche filosofiche" (che dice che il primo libro è tutto sbagliato ed è fondamentale per l'altra famiglia). Quindi, è sempre meglio coprire entrambe le parti. Quello che voglio sottolineare è che, così come Kurt Gödel, il più grande matematico del secolo secondo la rivista, era un **logico-matematico**, anche Wittgenstein, il più grande filosofo del secolo secondo la stessa rivista, era un **logico-matematico**.

Terzo, il più grande informatico del secolo – beh, ovviamente si potrebbe anche dire della storia, perché prima di quel secolo l'informatica non esisteva, o perlomeno se è esistita nessuno se n'è accorto. Nell'Ottocento ci fu un signore chiamato **Charles Babbage**, di cui qualcuno avrà sentito parlare, e una signora, **Ada Lovelace**, la figlia del poeta **Byron (romanticismo inglese)**, la prima programmatrice. Ma vivevano in Inghilterra, e l'Inghilterra non diede seguito a ciò che facevano, quindi furono riscoperti un secolo dopo. **L'informatica è un'impresa del Novecento**. Chi fu scelto come il più grande informatico del secolo? Beh, ovviamente colui che aveva inventato il computer.

Anche Babbage l'aveva inventato, ma come ho detto se ne era persa la memoria. Fu scelto **Alan Turing**, che molti di voi avranno sentito nominare per motivi che ripeterò tra poco. E sottolineo il fatto che Alan Turing era un **logico-matematico**.

Il Dominio della Logica Matematica

Parleremo di logica matematica, non perché io sia un logico matematico e voglia parlare dei fatti miei, bensì perché il più grande matematico, il più grande filosofo e il più grande informatico del secolo scorso sono venuti dalla **piccola famiglia dei logici matematici**. Spero di aver fatto una piccola "captatio benevolentiae (ottenimento della vostra benevolenza)" per farvi capire che parleremo di cose importanti.

Dicevo di Turing poco fa. Molti di voi conosceranno Turing per le vicende della sua vita, così come molti conoscono John Nash per le vicende della sua vita. Avrete visto, nel caso di **John Nash, il film "Beautiful Mind"**, in cui questo signore, un giovane genio molto precoce, matematico, a un certo punto inizia a soffrire di schizofrenia, finisce in manicomio, perde il lavoro, sta per 20-30 anni nelle nebbie della malattia e poi ha una guarigione spontanea (se fosse andato al Lourdes sarebbe un miracolo). Alla fine, ritorna più o meno sano e vince il **Premio Nobel per l'Economia nel 1994, il primo teorico dei giochi** a vincere questo premio. Ma il motivo per cui l'ho citato è che, ovviamente, di John Nash quasi tutti conoscono le vicende fisiologiche della sua vita di uomo, e molto meno invece le vicende matematiche, cioè cosa veramente abbia fatto per vincere il Premio Nobel per l'Economia.

Il caso di Turing è esattamente uguale. Molti conoscono il fatto che Turing è morto in una maniera quasi fiabesca: si è suicidato a 42 anni mangiando una mela avvelenata il simbolo dell'Apple sui pc, come quella di Biancaneve, la favola che tanto gli piaceva, e anche il film che tanto gli piaceva. Ma soprattutto, le vicende della vita di Turing che hanno affascinato coloro che poi ne hanno tratto dei film sono le vicende **durante la Seconda Guerra Mondiale**.

Turing, che aveva inventato il computer nel 1936, e forse in parte torneremo su questo argomento, durante la Seconda Guerra Mondiale si mise a lavorare insieme ai servizi segreti a un progetto molto importante: era un progetto di crittografia. Si trattava di cercare di decifrare i messaggi che i tedeschi si mandavano l'un l'altro durante la guerra usando una macchina chiamata **Enigma**. Questa macchina a rotori faceva sì che un impulso, determinato dalla tastiera su cui si batteva una lettera, cambiasse la lettera, facendone uscire un'altra. Naturalmente, uno di questi rotori complicava molto il messaggio. Ma man mano che si aggiungevano ruote una sull'altra – i tedeschi arrivarono a metterne addirittura cinque – questo messaggio diventava sempre più complicato, e i tedeschi pensavano che sarebbe stato impossibile decifrarlo.

Turing, ma non soltanto lui, ovviamente (anche se poi nei film sembra, come sempre succede a Hollywood o Cinecittà, che sia stato solo lui ad aver fatto tutto, mentre invece erano centinaia, a volte migliaia di persone a lavorarci), lavorò in un luogo chiamato Bletchley Park, (Bletchley Park fu il sito dell'unità principale di crittoanalisi del Regno Unito), vicino a Londra. Gli inglesi non sapevano bene quali fossero le caratteristiche necessarie per decifrare i codici nazisti, quindi misero insieme tutte le persone intelligenti che avevano, di qualunque campo fossero o da qualunque materia arrivassero.

Per esempio, c'era il campione inglese di scacchi, Alexander. C'era un signore molto interessante perché aveva delle idee abbastanza bislacche. Una volta, in una delle riunioni che facevano in questo centro di ricerca, ne propose una: disse che la cosa più semplice sarebbe stata prendere un aereo inglese, pitturarlo come se fosse un aereo nazista, metterci sopra la svastica, ecc. Poi prendere due o tre persone inglesi che parlavano perfettamente il tedesco (potete immaginarvi: sappiamo tutti come parlano gli inglesi, e non possono parlare nessun'altra lingua se non la loro, ovviamente), vestirli con le divise tedesche, metterli su questo aereo, farlo cadere in mare in modo che poi avesse bisogno di essere recuperato da una nave della marina tedesca.

E poi, quando questi signori, che sembrano tedeschi e sono vestiti come tedeschi, salgono sulla nave, di notte rubano la macchina che serve per codificare i messaggi, e poi in qualche modo vengono liberati e così via. Naturalmente, gli alti comandi sentirono questo progetto e gli dissero: "Lei farebbe meglio a scrivere romanzi invece di aiutare noi a fare queste cose." Questo signore seguì il consiglio: si chiamava **Ian Fleming**, e in effetti ebbe successo come autore di 007, il creatore dell'iconico James Bond. Nelle storie di 007 ci sono molti particolari che coloro che hanno letto la storia di Bletchley Park poi riconoscono. Per esempio, il fatto che il capo dei servizi segreti, quando riceveva qualcuno nella sua stanza, accendesse una lampadina per dire che era impegnato. Questo lo si vede nei film ed era esattamente quello che succedeva a Bletchley Park, dove le cose erano un po' rudimentali, non c'erano grandi strumenti, bastava una lampadina accesa per dire che non bisognava entrarci.

Il "Gioco dell'Imitazione" e il Destino di Turing

Tutto questo per dire che era un ambiente molto variopinto che ben si prestava ad essere raccontato da dei film. Infatti, su questa parte della vita di Turing sono stati fatti due film. Uno di questi si chiama **"Il gioco dell'imitazione"**; qualcuno di voi l'avrà visto, è un film abbastanza famoso di 3-4 anni fa, credo abbia vinto o sia stato candidato a premi Oscar. 20 anni prima ce n'era stato un altro che si chiamava **"Enigma"**. "Enigma" era il nome di questa macchina che i tedeschi usavano per la codifica dei loro messaggi. La cosa interessante è che nel film "Enigma" si vede effettivamente una copia di questa macchina reale, perché ne sono rimaste due o tre al mondo, e una di queste è stata comprata dal produttore di questo film, che poi l'ha data ovviamente in modo che si potesse usare nel film stesso. Questo produttore si chiama, credo abbia superato l'operazione recentemente, **Mick Jagger**. Quindi, vedete che ci sono delle strane confluenze di nomi e di personaggi attorno a questa vicenda di Turing.

Turing è diventato così famoso in Inghilterra solo negli anni '70, perché prima, avendo fatto un lavoro di controspionaggio, ovviamente l'aveva portato a termine. Si calcola – è difficile fare calcoli di questo genere, però è una previsione, un pensiero che si può fare al riguardo – si calcola che la guerra mondiale avrebbe potuto durare tre anni di più se non ci fosse stato questo aiuto, perché alla fine, negli ultimi periodi della guerra, credo negli ultimi un paio d'anni, effettivamente Turing e il suo team riuscivano a decifrare i messaggi nazisti in diretta. I nazisti trasmettevano i messaggi e immediatamente dopo, in poco tempo, c'era la decodifica, e quindi gli inglesi, gli Alleati, sapevano quello che i tedeschi avrebbero fatto durante la giornata. Quindi sapevano: "Oggi andiamo a bombardare questo cacciatorepediniere" oppure "Faremo un'incursione sopra questa città", eccetera. Naturalmente, sapere tutto è molto preoccupante, perché se uno reagisce a tutte le cose che fanno i tedeschi e subito, i tedeschi capiscono dopo poco che qualcuno è riuscito a decifrare il loro codice e dunque li sta aspettando, e quindi devono cambiare il codice. Il vantaggio sarebbe stato perso.

Allora il governo inglese dovette decidere quali informazioni usare e quali invece fingere di non conoscere e lasciare che i tedeschi perpetrassero le loro azioni facendo finta di niente. Una delle peggiori decisioni che fu presa fu riguardo al bombardamento di Coventry, che però è stato uno dei momenti più bui, ovviamente, almeno per gli Alleati, della Seconda Guerra Mondiale. Si sapeva, lo si era saputo immediatamente, che ci sarebbe stato questo bombardamento, e si è deciso di non fare nulla, **perché era un bombardamento su una città in cui c'erano solo civili, quindi non era un obiettivo militare**. Era meglio, dal punto di vista strategico, decidere di salvare le portaerei, di salvare gli aeroporti, ecc., che non le città dove c'erano le persone. Questo dice quanto dietro la guerra poi ci siano anche delle decisioni tecniche da una parte, come questa puramente matematica, la decifrazione dei codici, e poi invece la decisione di usare o non usare questa informazione, che diventa invece puramente politica. **Fu Churchill, tra l'altro, a prendere questa decisione tremenda.**

Ma dicevo, queste cose non si sapevano. **Lo si seppe in un tribunale nel 1954, quando Turing fu arrestato. Turing era omosessuale. All'epoca, in Inghilterra, che combatteva per la libertà in Occidente e nell'intero mondo, l'omosessualità era un reato, un reato anche tra adulti**

consenzienti. E se qualcuno veniva a sapere che due persone avevano avuto un rapporto omosessuale, poteva denunciarle e queste persone venivano arrestate e condannate. Turing era un grande matematico, un grande logico anche, e fece però un errore, un errore tremendo, perché aveva una vita impossibile, come quella di Pasolini. Ogni tanto rimorchiava per la strada qualche ragazzino. Una sera ne rimorchiò uno, se lo portò a casa, fece quello che voleva con lui. La mattina si svegliò, il ragazzino non c'era più e mancava anche qualche soprammobile. **Turing fece l'errore della sua vita: andò dai carabinieri,** a Scotland Yard, all'analogo dei carabinieri, a denunciare il furto. E quando questi gli chiesero: "Ma lei ha un'idea di chi potrebbe essere il ladro?", lui disse: "Certamente, quel ragazzino che ho rimorchiato ieri sera." E questo non è una cosa molto razionale, molto furba da dire. Infatti, fu arrestato, fu processato e quando si arrivò al momento della condanna, qualcuno si accorse che quest'uomo, questo grande matematico, **in realtà era uno dei salvatori dell'Inghilterra,** perché qualche anno prima, fino a nove anni prima (la guerra finì nel '45 e siamo nel '54), il suo lavoro aveva permesso di decifrare i codici nazisti. E allora, come regalo, diciamo così, come medaglia al valore, gli fu fatta un'offerta: gli si chiese: "Vuoi fare un periodo in prigione per scontare il tuo reato di essere stato omosessuale con un adulto consenziente, oppure preferisci essere curato?" Ora, siamo in un festival di scienza: come si cura l'omosessualità? Gli inglesi avevano un'idea: l'omosessualità maschile si cura mediante ormoni femminili. Questa è una cosa un po' balzana. In effetti, però, Turing, che in galera non ci voleva andare, decise di provare questa cura. Fu una cura tragica, perché perse la barba, perse i peli, gli si sviluppò il seno, insomma, una cosa veramente squallida dal punto di vista del tribunale e della cosiddetta "civiltà sedicente inglese". E alla fine Turing decise che forse era meglio semplicemente **chiudere i conti con la vita, e decise di suicidarsi. si era avvelenato mangiando una mela intrisa di cianuro di potassio**

Tutta questa storia venne poi conosciuta soltanto in seguito, negli anni '70, quando incominciarono ad essere aperti gli archivi di ciò che era successo durante la guerra, e si scoprì che c'era stata quest'operazione, che c'era stato questo grande team di ricercatori che avevano lavorato all'Enigma. Si cominciò a fare appunto delle pièce teatrali. Una di queste pièce teatrali si chiama **"Breaking the Code"** (cioè "Decifrare il codice"), ed è molto interessante perché forse è una delle poche – sicuramente credo la prima pièce teatrale (un testo drammatico destinato alla messa in scena), così come il primo film, il primo copione cinematografico – in cui si cerca di spiegare ciò che veramente Turing aveva fatto.

Le Idee di Hilbert, Gödel e Turing: Una Nuova Matematica

Vi leggo un paio di pagine tratte da questo teatro, perché sono considerate nell'ambiente dei matematici e degli informatici uno degli esempi di alta divulgazione, di come si possa fare divulgazione però senza tradire il contenuto di ciò che si cerca di dire. Quindi, leggo adesso da questa pièce, "Breaking the Code", in italiano, questo monologo in cui è Turing stesso che parla e cerca di spiegare al pubblico cosa ha fatto, perché è diventato famoso e qual è la sua invenzione.

<https://www.youtube.com/watch?v=qC2zig9qnlk>

"La gente, o almeno la maggior parte della gente, crede che in matematica si sappia sempre cos'è corretto e cos'è sbagliato. Non è così, non più. È un problema che ha tenuto i matematici per 40 o 50 anni: come si può distinguere cos'è corretto da cos'è sbagliato? Bertrand Russell ci ha scritto sopra un libro immenso, i 'Principia Mathematica'. La sua idea fu di suddividere i concetti e gli argomenti matematici in tanti pezzettini e far vedere che si possono derivare questi pezzettini mediante la pura logica. Ma non ha funzionato, è solo servito a far capire che è tremendamente difficile riuscire a farlo. Però è stato un libro importante, influente. Ha influenzato sia **David Hilbert** che **Kurt Gödel**.

(E qui nel copione c'è una parentesi che dice: una breve digressione. È un po' come quello che i fisici chiamano la fissione dell'atomo. Analizzare la struttura dell'atomo fisico ha portato alla scoperta di una nuova fisica, e analizzare questi atomi matematici ha portato alla scoperta di una nuova matematica. Fine della digressione.)

Riprende il filo del discorso. Hilbert ha fatto un passo avanti. Non credo che il suo nome dica molto, o anche solo qualcosa, perché è così che va il mondo: la gente non sente mai parlare dei veri grandi matematici. Hilbert ha guardato al problema da un'angolazione completamente differente e si è detto che se vogliamo un sistema che fondi la matematica, come quello che cercava di costruire Russell, allora questo sistema dovrà soddisfare tre richieste fondamentali: **correttezza, completezza e decidibilità**.

La **correttezza** significa che non si possono dimostrare falsità nel sistema, cioè non è possibile seguire le regole e arrivare a dimostrare, per esempio, che $2 + 2 = 5$. La **completezza** significa che se un'affermazione è vera, allora è possibile dimostrarlo seguendo le regole del sistema. E la **decidibilità** significa che c'è un metodo, una procedura o un test che si può applicare a qualunque affermazione matematica che deciderà se quell'affermazione è dimostrabile oppure no.

Hilbert pensava che queste tre condizioni – **correttezza, completezza e decidibilità** – fossero condizioni irragionevoli da imporre. Ma pochi anni dopo, Kurt Gödel ha dimostrato **che nessun sistema matematico può essere allo stesso tempo corretto e completo**. L'ha fatto costruendo un'affermazione matematica che dice: 'Questa affermazione non può essere dimostrata'. Un classico paradosso: 'Questa affermazione non può essere dimostrata'. Beh, o può o non può. Se può essere dimostrata, abbiamo una falsità, e il sistema è incorretto. Se non può essere dimostrata, allora è vera ma non può essere dimostrata, e il sistema è **incompleto**. **Così la matematica o è incorretta o è incompleta**. È un meraviglioso teorema, veramente bellissimo. **Il teorema di Gödel è la cosa più bella che conosca**.

Ma ha lasciato aperto il problema della decisione. Hilbert credeva che ci fosse un unico metodo ben definito per decidere se un'affermazione matematica è dimostrabile oppure no. L'ha chiamato **"Entscheidungsproblem"**, il problema della decisione. *"Io, Alan Turing, nel mio lavoro sui numeri calcolabili del 1936, ho dimostrato che non ci può essere un unico metodo che decida ogni affermazione. Risolvere i problemi matematici richiede un'infinita produzione di nuove idee. Naturalmente, è stata un'impresa enorme riuscire a dimostrarlo. Bisognava esaminare la probabilità che ciascuna affermazione matematica, passata, presente e futura, avesse. Come diavolo si poteva fare? Alla fine, l'idea me l'ha data una parola. Si era già parlato della possibilità di processi meccanici che si potessero applicare meccanicamente per risolvere i problemi matematici senza richiedere interventi umani o intelligenti: **macchina**. Questa era la parola chiave. Ho concepito l'idea di una macchina, una **macchina di Turing**, che fosse in grado di esaminare i simboli matematici, leggerli in un certo senso, analizzare un'affermazione matematica ed emettere il verdetto se quell'affermazione fosse dimostrabile oppure no. Con quest'idea sono riuscito a dimostrare che Hilbert si sbagliava. Ha funzionato."*

Questo è un brano tratto da uno spettacolo teatrale che ha avuto un successo enorme, ed è un brano in cui si parla veramente di matematica e si parla anche della storia di quello che Turing ha fatto. Alla fine, lui ci dice cosa ha fatto: ha avuto quest'idea di usare la nozione di macchina di Turing, che oggi noi chiamiamo semplicemente calcolatore, per fare cosa? Per risolvere un problema che era stato posto da un matematico, questo David Hilbert: la decidibilità della matematica. È possibile lasciare che i computer decidano, quando gli diamo l'enunciato di quello che potrebbe essere un teorema, se lo è veramente o no, un teorema, oppure se non lo è, se è dimostrabile oppure non è dimostrabile? E Turing dimostra che no, non è possibile. Però prima dice: "Prima ho dovuto basarmi su, mettermi, sedermi sulle spalle dei giganti", come avrebbe detto qualcuno, in particolare, per esempio, Newton. Cioè, sedersi sulle spalle di qualcuno che aveva fatto qualcosa di forse ancora più grande. **E questo qualcosa era appunto Kurt Gödel**.

Kurt Gödel, che dimostra che i sistemi matematici non solo sono indecidibili, come lui ancora non sapeva e come avrebbe dimostrato poi Alan Turing nel 1936, Gödel nel 1931 dimostra che i sistemi matematici, praticamente tutti – poi se volete possiamo specificare meglio cosa vuol dire questo – praticamente tutti i sistemi hanno una o l'altra di due possibilità: o **non sono corretti**, e cioè a volte dimostrano delle cose false (e cosa ce ne facciamo di un teorema che dimostra cose false?), oppure, se sono corretti, come noi speriamo che siano i teoremi che noi effettivamente, le teorie che noi effettivamente usiamo, i sistemi matematici che noi usiamo, allora questi sistemi **devono essere incompleti**. Cioè, si dimostrano solo verità perché sono corretti, ma non le

dimostrano tutte. E quindi ci sono verità che vengono lasciate fuori dai sistemi matematici, qualunque essi siano. Non c'è un sistema universale, non c'è in matematica una teoria del tutto. Questo è quello che ha dimostrato Kurt Gödel.

La Voce di Gödel: Coerenza e Incompletezza

Ora è bellissimo il fatto che uno scrittore di teatro che sa il fatto suo faccia una divulgazione matematica di questo genere. Però la matematica spesso è come il teatro. Una volta si faceva in università. Io ancora, quando ho cominciato l'università, c'erano queste aule ed erano aule non a caso a anfiteatro. Anche fare lezione di matematica è come fare un teatro: si sale sul palcoscenico, se c'è l'anfiteatro si scende nella fossa, e l'ambiente è lo stesso. Si parla a un pubblico, si deve recitare. **Spesso l'attenzione del pubblico divaga perché ciascuno di noi ha la capacità di concentrazione che è limitata, e a seconda della persona è più o meno limitata. Quindi bisogna cercare di catturare l'attenzione del pubblico, ogni tanto fare qualche battuta, raccontare qualche storia, eccetera, ed è la stessa cosa.**

E allora, per dimostrarvi che è veramente la stessa cosa, fare teatro quando lo si fa in maniera sensata come questo, fare divulgazione teatrale o fare matematica, adesso vi leggo un altro brano. È un brano inedito nel senso che le opere di Gödel sono state pubblicate anni fa. La Boringhieri le ha tradotte tutte in italiano con un'opera encomiabile: sono cinque volumi, tre volumi sono di opere scritte da lui e due volumi sono di lettere che lui ha scritto o che ha ricevuto, quindi c'è anche l'epistolario. Ma il "Nachlass" (eredità), la raccolta dei manoscritti di Gödel, è molto più grande. Io ho avuto la possibilità di scartabellare in alcuni di questi e ho trovato un pezzo che ha scritto Gödel stesso, l'introduzione a una conferenza che ha fatto nel 1934, esattamente. Lui aveva dimostrato il suo teorema nel 1931 e ha cominciato a descrivere questo teorema facendo conferenze semi-divulgative. Andava in università. All'epoca non era affatto famoso. Gödel divenne famoso poi negli anni '70, e vi racconterò magari alla fine come e perché. Ma facendo queste conferenze ha dovuto cominciare a trattare col pubblico, non scriveva solo più per i propri colleghi, le 5-6 persone che agli inizi potevano capirlo. Doveva spiegare a matematici magari, o anche semplicemente a persone di cultura che venivano a sentirlo, cosa veramente aveva fatto. E il motivo per cui ho tradotto nel libro questo pezzo di Gödel è perché mi sembra che sia esattamente l'analogo di quello che abbiamo appena sentito adesso, sembra un testo teatrale. È semplicemente un po' meno enfatico, perché ovviamente gli scrittori, quando scrivono, sono un po' più così, sono letterati ovviamente, quindi è un po' più razionale, un po' più lineare, un po' più freddo forse, ma dice e scrive e parla esattamente come se stesse facendo una pièce teatrale.

E quindi questo è Gödel, non è più Turing inventato dall'autore di "Breaking the Code" che parla, ma è Gödel stesso inventato da nessuno, forse da Dio. Notate che la parola Gödel è una parola significativa perché contiene un destino, si potrebbe dire. È fatto di due sillabe e tutte e due queste sillabe vogliono dire Dio in due lingue diverse: **"God" in inglese e "El" in ebraico significano entrambe Dio.** Quindi possiamo dire che **Kurt Gödel si chiamava Dio-Dio** in un certo senso. E per questo il libro mio l'ho chiamato "Il Dio della logica", non solo in senso metaforico ma anche, in un certo senso, in un senso letterale.

Allora, questo è Gödel che parla e inizia la sua conferenza dicendo: "Vorrei parlare di due problemi riguardanti la struttura della matematica che in precedenza non davano adito che a vaghe speculazioni e non potevano neppure essere formulati precisamente, ma che ora sono diventati affrontabili in maniera scientifica."

"Il primo riguarda la **coerenza**, cioè la mancanza di contraddizioni in matematica, e lo si può enunciare così: esiste una formula tale che sia la formula stessa sia la sua negazione sono dimostrabili, cioè ottenibili in un numero finito di passi dagli assiomi mediante le regole di deduzione? Si può facilmente dedurre che in tal caso, se ci fosse una contraddizione, tutto diventerebbe dimostrabile, ad esempio che 0 è uguale a 1. E dunque è di vitale importanza che ciò non accada, e sorge il problema di dare una dimostrazione che non può effettivamente accadere. Si potrebbe sollevare un'obiezione alla fondatezza di questo problema: ogni dimostrazione di

coerenza dovrebbe derivare dagli assiomi della matematica attraverso le leggi della logica, e affinché essa fosse convincente dovremmo sapere che questi assiomi e queste leggi portano a risultati corretti. Ma se lo sapessimo, non ci sarebbe bisogno di nessuna dimostrazione di coerenza."

In matematica e nella logica, gli assiomi sono proposizioni o affermazioni che vengono considerate vere senza bisogno di dimostrazione. Servono come pilastri fondamentali su cui viene costruita un'intera teoria o un sistema formale. Gli assiomi di Euclide (come "per due punti distinti passa una e una sola retta") sono l'esempio classico. Hanno permesso di sviluppare la geometria deduttiva, con teoremi derivati logicamente da questi principi iniziali.

"Fortunatamente le cose sono un po' diverse. La matematica, infatti, consiste di due parti distinte, chiamate di solito **finita e transfinita**. La matematica finita comprende tutti i metodi di dimostrazione che non presuppongono l'esistenza di insiemi infiniti, mentre la matematica transfinita comprende tutto il resto. Ora, nessuno ha mai messo seriamente in discussione la coerenza della matematica finita, mentre è vero il contrario per la matematica transfinita, che tra l'altro contiene quasi tutta la matematica esistente. E in questa parte della matematica che verso la fine dell'Ottocento sono sorte contraddizioni inaspettate, chiamate paradossi della teoria degli insiemi, per chi di voi ha sentito queste cose, per esempio il famoso paradosso di Russell, su cui magari posso dire qualcosa dopo."

"Per evitare questi paradossi, si sono dovute porre alcune restrizioni alle asserzioni che venivano fatte a proposito dell'esistenza degli insiemi infiniti. Si tratta di restrizioni molto naturali che non intaccano in nessun modo i risultati già ottenuti nella matematica transfinita, ma questo non ha impedito che la fiducia di molti matematici nei metodi transfiniti risultasse scossa da questa brutta esperienza dei paradossi, e rimane il timore che altri paradossi possano comunque magari di nuovo insorgere domani nonostante le restrizioni. Ora dovrebbe essere chiaro cosa significhi dimostrare la mancanza di contraddizioni."

"Si tratta di provare la mancanza di contraddizioni nella matematica transfinita usando metodi finiti, cioè non basati sull'esistenza di insiemi infiniti, e questo è appunto il primo problema di cui parlavo. Il secondo è così legato adesso nel suo trattamento che non si può nemmeno affrontare separatamente: è il problema della **completezza** dei sistemi formali per la matematica, cioè il problema se ogni affermazione esprimibile mediante una formula del sistema possa essere decisa affermativamente o negativamente mediante gli assiomi e le regole di deduzione. In altre parole, esiste una formula tale che né lei né la sua negazione sono dimostrabili? Io, Kurt Gödel, ho trovato una dimostrazione che risolve entrambi i problemi negativamente, in questo senso: **primo**, non è possibile provare che un sistema è coerente, cioè non ha contraddizioni, usando soltanto i suoi assiomi e i suoi metodi di dimostrazione; **secondo**, ci sono affermazioni del sistema che non possono essere decise mediante una dimostrazione formale."

"Naturalmente, la matematica può essere formalizzata in tanti modi diversi, scegliendo diversi sistemi di assiomi. Si potrebbe dunque sospettare che i due risultati precedenti dipendano dal particolare sistema scelto, ma non è così. Si può dimostrare che i due risultati valgono per qualunque sistema formale a patto che esso contenga l'aritmetica dei numeri interi nella sua formulazione usuale e che non dimostri una falsità, cioè che i suoi assiomi non portino a risultati che siano refutabili per motivi intuitivi. Non c'è una formula in questa discussione iniziale che Gödel fa, ci sono esattamente gli stessi concetti di cui parlava il teatro su Turing: la coerenza del sistema, il fatto che non si dimostrino contraddizioni, la completezza del sistema, il fatto che tutte le verità si possano dimostrare."

La Decidibilità: Da Hilbert a Turing

La **decidibilità** è un concetto che Gödel non tratta direttamente nei suoi teoremi, perché all'epoca era ancora un problema "veneristico", come si potrebbe dire, ovvero una questione aperta e non ancora formalizzata in maniera definitiva. Sarà poi **Turing** a occuparsene.

Questi sono i motivi per cui **Kurt Gödel** prima e **Alan Turing** dopo sono diventati così famosi: hanno guardato la matematica da matematici, ma non nel senso in cui fanno tutti i matematici che si pongono *dentro* la matematica e cercano di dimostrare teoremi – chi nella teoria dei numeri, chi nella geometria, chi nell'algebra, chi nella logica, ecc. Loro hanno guardato la matematica *dal di fuori* e hanno provato a dimostrare teoremi sulla matematica stessa.

Verità Indimostrabili: L'Aneddoto con Andreotti

Ora, è difficile, non so se si è capito – l'ho già letto nelle parole fittizie di Turing e in quelle reali di Gödel, due volte – ma per cercare di capire meglio cosa ha fatto Gödel vi racconterò un piccolo aneddoto di qualche anno fa. **Quando il senatore Andreotti era ancora vivo, sono andato a trovarlo (anche perché in genere faccio così, non sono Scalfari che fa interviste ai morti o che se le inventa).** Sono andato a trovare il senatore Andreotti per chiedergli cosa pensasse lui del teorema di Gödel. Ero andato tramite un amico che lo conosceva. Lui, che era una persona molto curiosa e si interessava di tante cose, anche perché era "prigioniero del palazzo" (sette volte Presidente del Consiglio, per 42 anni ministro al governo, ecc., quindi evidentemente era una prigioniera dorata, come lui stesso diceva, con i tappeti rossi, ma insomma era pur sempre una prigioniera), ogni occasione era buona per parlare di altre cose con lui. Per esempio, era amico di Tucci, il grande archeologo che andò in Tibet, e si sono scoperte cento lettere che Andreotti e Tucci si scambiarono in cui Tucci raccontava i suoi incontri col Dalai Lama, cosa faceva nel Tibet che negli anni '30 ovviamente era ancora inaccessibile non solo ai turisti ma anche a qualunque esploratore. Oppure Andreotti ha scritto dei libri su Matteo Ricci, il gesuita scienziato che se ne andò in Cina nel '600 e non tornò più; ci mise 30 anni per arrivare a Pechino, sperava di convertire l'imperatore e invece fu fatto inginocchiare davanti al trono dell'imperatore vuoto (l'imperatore non c'era, ma lui doveva inginocchiarsi lo stesso). Questo era Andreotti.

Il motivo per cui sono andato era appunto questo: pensavo che l'avrei stimolato col teorema di Gödel. E lui mi disse: "Io però non so nulla del teorema di Gödel, lei me lo deve spiegare." **Era il momento in cui Andreotti era sotto processo per mafia e, credo, forse anche per l'assassinio di Pecorelli, quindi insomma un momento un po' difficile della sua vita.**

Io gli dissi: "Guardi, il teorema di Gödel dice una cosa molto semplice: dice che ci sono delle **verità indimostrabili**." E questa frase l'ha subito fatto tirar su la gobba così e dice: "Verità indimostrabili? Che cosa significa verità indimostrabili?" Mi chiese: "Che si sa e non c'è la prova?" Che era esattamente quello che ovviamente succede sempre nei processi di mafia, in cui noi diciamo: "Ma certo, io lo so che tu sei colpevole, però non ho la prova." E lui, da arguto politico e anche letterato quale era, trovò subito la risposta giusta. Lui disse: "*Beh sa, si sa e non c'è la prova. Noi nel codice di diritto penale abbiamo eliminato la soluzione per insufficienza di prove, perché cosa significa soluzione per insufficienza di prove? Significa che un giudice dice 'Tu sei colpevole, però non lo posso dimostrare, quindi non ti condanno, ti assolvo perché non ho le prove, però lo dico che tu sei colpevole', cioè ti assolvo per insufficienza di prove.*" E lui disse: "Questa è una cosa senza senso. È chiaro che se non hai le prove devi assolvere qualcuno." E poi mi disse: "No, dice, se uno crede che qualcun altro sia colpevole non ci va a cena insieme." E quando io ero arrivato, la prima cosa che mi aveva chiesto aveva detto: "Professore, vuole un caffè?" Io avevo detto – chi di voi si ricorda il caso Sindona? – "Grazie, io non bevo caffè." Che poi era vero, tra l'altro, ma non l'avrei bevuto in ogni caso offerto da Andreotti.

Questo è il teorema di Gödel: riuscire a dimostrare matematicamente che qualunque sistema di matematica che voi abbiate in testa non riesce a dimostrare tutte le verità che si possono esprimere dentro il suo linguaggio, e cioè è **incompleto**.

E questa è una cosa seccante, perché i sogni che c'erano agli inizi del secolo, in particolare di Bertrand Russell, che ho già citato un paio di volte questa sera (perché l'ho citato prima come il precursore, il grande esponente della filosofia analitica, ma è stato citato anche da Turing nel suo monologo nella pièce teatrale), Russell aveva cercato veramente di fare quello che poi Gödel dimostrò che era impossibile fare: di trovare un sistema che fosse completo per tutta la matematica, addirittura, non soltanto per una parte. I "Principia Mathematica" che lui scrisse, non da solo tra l'altro, anche se nel teatro lo si è dimenticato, insieme a un altro grande matematico,

Alfred North Whitehead. Questi "Principia Mathematica", che sono tre grossi volumi tutti scritti semplicemente in formule, erano un tentativo di enunciare degli assiomi che sarebbero stati sufficienti a ricostruire tutta la matematica nota, e questo lo fecero, ma anche quella che ancora non era nota, cioè tutti i teoremi che si fossero dimostrati in seguito avrebbero dovuto essere esprimibili all'interno e dimostrabili all'interno di questo sistema.

E Gödel dimostrò il suo teorema sul fatto che questo è impossibile, citando proprio i "Principia Mathematica". Il titolo del lavoro di Gödel del 1931 è "Sui 'Principia Mathematica' e sulle proposizioni indimostrabili dei 'Principia Mathematica' e altri sistemi affini", che poi sono tutti quelli che oggi vengono usati dai matematici.

Gödel: Il Matematico che Guardava Oltre

Quindi Gödel diventa nel 1931, diciamo così, un matematico *sui generis*: riesce a dimostrare un teorema di **metamatemática**, cioè un teorema matematico sulla matematica stessa. Diventa famoso all'interno, ovviamente, della cerchia dei filosofi, tanto per cominciare, perché i matematici di questi problemi non si interessano. I matematici fanno il loro lavoro di formalizzare, il loro lavoro di assiomatizzarlo se ne interessano fino a un certo punto. Il matematico le cose le vede e le sente nella propria testa.

Il problema della matematica, forse, questo chi non è matematico non ce l'ha presente, non è tanto fare la matematica (quello è già un bel problema), ma è **comunicarla**. Non comunicarla al pubblico, che magari di matematica non sa nulla o è solo curioso o ne ha un'infarinatura. No, comunicarla ai suoi simili, a quelli che fanno il suo stesso lavoro, è difficilissimo. Mettere in parole quello che si ha dentro la propria testa. Questo è difficile farlo sempre. Quando voi cercate di esprimere ai vostri coniugi, per esempio, fidanzati o amici, ecc., i sentimenti che provate, dovrete essere dei grandi scrittori per riuscire in parte a descrivere ciò che avete dentro. I pensieri sono cose molto più complesse, sofisticate delle parole.

E **Wittgenstein**, che era un po' ingenuo, anche se poi appunto fu eletto filosofo del secolo, agli inizi, nel "Trattato logico-filosofico", sosteneva che invece fossero la stessa cosa. Lui diceva: "C'è un mondo, questo mondo viene riflesso nel pensiero, e questo pensiero viene riflesso nel linguaggio, e queste tre cose, mondo, pensiero e linguaggio, sono, come direbbero i matematici, **isomorfi**: hanno la stessa struttura."

Cioè la struttura del linguaggio riflette la struttura del pensiero, e questo si può ancora forse immaginare. Ma addirittura, secondo Wittgenstein, la struttura del pensiero riflette la struttura del mondo: noi pensiamo con pensieri che sono strutturati come le cose che noi pensiamo, e parliamo con parole che sono strutturate nel linguaggio come i pensieri che pensiamo, che sono strutturati come le cose che ci sono nel mondo. È una visione molto bella, poetica, e infatti il "Trattato logico-filosofico" rimane come esempio quasi di poesia matematica.

Wittgenstein sosteneva che il mondo, il pensiero e il linguaggio condividono la stessa struttura, e che "di ciò di cui non si può parlare, bisogna tacere", implicando i limiti del linguaggio.

La sua influenza si è estesa a diversi campi, dalla filosofia del linguaggio alla logica, dalla filosofia della mente all'epistemologia e persino all'etica. Il suo pensiero ha dato origine a due fasi distinte e influentialissime, il "primo Wittgenstein" (del *Tractatus Logico-Philosophicus*) e il "secondo Wittgenstein" (delle *Ricerche filosofiche*).

Nel *Tractatus*, ha cercato di definire i limiti del linguaggio, sostenendo che solo ciò che può essere chiaramente detto ha senso, influenzando il Circolo di Vienna e il positivismo logico.

Nelle *Ricerche filosofiche*, ha radicalmente rivisto le sue posizioni, concentrandosi sull'uso del linguaggio nei "giochi linguistici" e nel contesto sociale, aprendo nuove strade per la filosofia analitica e oltre.

La sua opera ha influenzato intere generazioni di filosofi, linguisti e pensatori, rendendolo una figura centrale del XX secolo. Ludwig Wittgenstein ha avuto un'enorme risonanza nel campo della filosofia, ma la sua opera ha anche generato **e continua a generare molteplici critiche e interpretazioni diverse.**

Incomincia, è fatto di sette frasi e poi ci sono commenti a queste frasi, poi commenti ai commenti di queste frasi, e così via. Le frasi sono numerate da 1 a 7 e poi i commenti sono col punto, quindi il primo commento alla prima frase 1.1, poi se c'è un commento al primo commento è 1.1.1, quindi diventa una struttura un po' complicata. E la prima frase di questo trattato dice: **"Il mondo è tutto ciò che accade."** Ora, questa è una strana definizione del mondo. Naturalmente, uno penserebbe che il mondo è tutto ciò che c'è, cioè tutti gli oggetti che costituiscono il mondo.

Ma Wittgenstein scrive questo trattato nella prima parte del Novecento, comincia a scriverlo durante la Prima Guerra Mondiale, finisce dopo la Prima Guerra Mondiale. Il trattato verrà pubblicato nel 1921 come articolo, diciamo lungo, e poi come libro nel 1922. Passano alcuni anni tra la fine della guerra mondiale e la pubblicazione perché Wittgenstein è prigioniero, è prigioniero a Cassino, perché era figlio di una famiglia ricchissima dell'Austria, di Vienna.

Aveva un patrimonio sterminato questa famiglia e aveva una famiglia anche molto numerosa. Il papà di Wittgenstein, i fratelli di Wittgenstein e le sorelle erano 5 o 6, ciascuno con le sue doti eccezionali. Ce n'era uno che a 4 o 5 anni componeva e suonava come se fosse Mozart, purtroppo è scomparso a un certo punto, quando arrivò verso i 20 anni una sera uscì di casa e sparì e non si è più saputo nulla di tutto questo, di quello che successe di lui. Un altro suo fratello si suicidò durante la guerra, era ufficiale. A un certo punto, quando l'esercito austriaco ovviamente non andava molto bene durante la guerra, si accorse che i soldati che aveva sotto di lui non rispondevano, non obbedivano più ai suoi ordini e si sparò un colpo in testa. Una sorella, Margarete Wittgenstein, si sposò a un certo punto e suo padre, come regalo di nozze, le fece un dipinto di Klimt. Voi direte: "Ammazza, comprare un dipinto di Klimt!" No, no, glielo fece fare da Klimt, e c'è questo dipinto enorme che c'è adesso ancora, lo potete vedere credo sia al Belvedere di Vienna, un dipinto tipo due metri per tre in cui c'è questa signora con l'abito elegante di società dipinta da Klimt.

Wittgenstein stesso, che era un bravo musicista pure lui, gli chiesero una volta qual era il suo ricordo più precoce, qual era la prima cosa che si ricordava della sua vita, e lui disse: "Mi ricordo che nella culla ogni tanto mi faceva solletico la barba di Brahms che veniva a trovarci." Questa era la famiglia in cui viveva Wittgenstein. Wittgenstein scrisse questo trattato a Cambridge, **era uno studente di Bertrand Russell.** Quando Russell se lo vide arrivare, capì che era arrivato un genio, forse qualcuno che poteva offuscare la sua fama.

Russell era molto piccolo, ma il suo ego ricopriva tutta la parte che non era lui stesso dell'universo, ma trovò qualcuno che poteva cercare di contenerlo. Wittgenstein era un tipo stranissimo. Russell racconta nella sua autobiografia che ogni tanto veniva nella camera di Russell al Trinity College, il famoso collegio di Cambridge dove c'era stato Newton per esempio e tanti altri, dove ci stava Russell, dove stava anche Wittgenstein. E dice che cominciava a passeggiare avanti e indietro per ore senza dire niente. E Russell era lì che aspettava e una sera disse che gli chiese: "A che cosa stai pensando? Alla logica o ai tuoi peccati?" credendo di intavolare un discorso. E lui rispose: "A entrambi." E continua naturalmente a passeggiare avanti e indietro. Dice che quando si andava da Wittgenstein a cena era sempre bene portarsi un uovo sodo in tasca, perché si sarebbe mangiato molto poco e così via.

Wittgenstein scrisse questo trattato. La prima frase ve l'ho detta appunto: "Il mondo è tutto ciò che accade", perché cominciò a scriverlo dopo e durante la Prima Guerra Mondiale. E la Prima Guerra Mondiale ovviamente era iniziata dopo il 1905. Voi direte: "Che strano modo di contare, è cominciata nel 1914!" Sì, ma questo è l'aspetto politico. Quello che a noi interessa è l'aspetto scientifico. E nel 1905 **Albert Einstein** aveva scritto, tra le tante cose di quell'anno, l'articolo famoso sulla **Teoria della Relatività Ristretta**. E da quel momento si era capito che al mondo non ci sono cose che hanno una vita nel tempo, ma c'è uno **spazio-tempo** in cui lo spazio e il tempo sono compenetrati.

Non ci sono cose che vivono nel tempo, ma ci sono **eventi**. E allora l'idea di Wittgenstein è che bisogna descrivere il mondo attraverso la relatività, e quindi il mondo è non tutto ciò che c'è, ma tutto ciò che accade, l'insieme degli eventi.

L'ultima frase del trattato, la settima, è quella famosissima frase che dice: "**Su ciò di cui non si può parlare bisogna tacere.**"

Ora, questo è molto simile a ciò che Gödel poi farà, perché molte volte i filosofi e soprattutto le persone che poi non hanno studiato logica credono che questa frase sia un aforisma (*Un aforisma è una breve frase o massima che esprime in modo conciso e spesso arguto un principio generale, una verità universale o un'osservazione profonda sulla vita, la moralità o la condizione umana.*) che dice: "Se sei ignorante stai zitto," no, più o meno.

Ma Wittgenstein voleva dire una cosa molto precisa: che il linguaggio ha delle limitazioni e ci sono cose che il linguaggio non può dire, che può solo mostrare. E allora, su ciò di cui non si può parlare, il linguaggio non può dire nulla, bisogna tacere.

Ma lui diceva: "Non è finita però la storia, perché il linguaggio mostra le cose che non può dire." Questa è filosofia che però a Vienna, in quegli anni, ebbe un grande successo attorno a questo libro e in seguito anche a questo libro si sviluppò una congrega di filosofi che divenne molto famosa, si chiamava il **Circolo di Vienna**, che si riuniva una volta, credo, alla settimana, e prima in un bar, poi quando cominciò a essere più frequentato in università. L'esponente che divenne più famoso di questo Circolo di Vienna è il filosofo **Rudolf Carnap**, di cui qualcuno avrà sentito almeno il nome.

Gödel era uno dei membri del Circolo di Vienna. I suoi amici, in particolare un matematico di nome **Menger**, che poi ha raccontato le memorie di Gödel dopo che lui morì, si ricordano che Gödel non ha mai preso la parola al Circolo di Vienna. **Stava sempre in silenzio a sentire.** La maggior parte del tempo, dice, scuoteva la testa perché evidentemente non era convinto di quello che veniva detto, però prendeva punti mentali, capiva quali erano i problemi filosoficamente rilevanti, per esempio questo della completezza del linguaggio, o più precisamente della completezza delle teorie matematiche. E in effetti poi risolse questo problema con il suo famoso teorema.

Gödel: Genio, Follia e la Prova dell'Esistenza di Dio

Vorrei dire ancora due parole sull'uomo Gödel e poi su quello che fece oltre questo teorema che lo fece diventare famoso. L'uomo Gödel, prima ho citato John Nash, era molto più strano di John Nash. Era il classico esempio di genio e pazzia. C'è una persona, se non schizofrenica, sicuramente paranoica, paurosa di tutto ciò che gli stava intorno. Morì, tra l'altro, quando morì nel 1978, morì di consunzione: pesava ormai 36 chili, si era praticamente consumato. Mangiava soltanto un panetto di burro al giorno e a volte un uovo. Aveva paura.

Morì per questo motivo: perché smise di mangiare, perché aveva paura che lo avvelenassero col cibo. Ora, questo è meraviglioso per un logico, perché è una specie di paradosso: "Io ho paura che tu mi avveleni, e quale sarebbe l'effetto dell'avvelenamento? Che muoio.

Ma smetto di mangiare e muoio perché ho paura che tu mi dia da mangiare qualcosa che mi farà morire." E morì quando la moglie fu ricoverata in ospedale. La moglie era quella che, come spesso succede con le persone che sono un po' fuori dai binari, cerca di tenerti dentro i binari. Per esempio Dostoevski aveva questa moglie, la seconda moglie, Anna Grigorievna, che era quella che appunto cercava di tenerlo tutto insieme. John Nash aveva la famosa Alicia che voi avete visto nel film e che io ho avuto il piacere di conoscere e anche di guardare dall'esterno, perché questi personaggi sono sempre interessanti anche in famiglia. Gödel era nella stessa situazione.

Aveva questa moglie, una moglie che era una ballerina di un night club viennese. Quindi immaginatevi questo matematico sempre vestito con la giacca e la cravatta, col cappello, amico di

Einstein tra l'altro. Quando Gödel arrivò a Princeton, divenne amico di Einstein, che stava lì all'Institute for Advanced Studies. Negli ultimi anni della sua vita, a un suo amico Einstein disse: "Ormai non lavoro più, però vado tutti i giorni all'istituto, in università, perché voglio avere il privilegio di parlare con Gödel." E chiesero a Gödel poi: "Ma come mai lei tutti i giorni parla con Einstein, che cosa vi dite?" E lui dice: "Parliamo un po' di tutto, di politica, di filosofia, non di scienza però." Interessante. E lui disse: "Mi sono chiesto più volte come mai Einstein avesse questo piacere di parlare con me e credo," disse lui, "che fosse perché non ero mai d'accordo con le cose che diceva e non glielo nascondevo."

E questo è interessante perché ovviamente le persone famose come Einstein spesso poi sono circondate di gente che usa la piaggeria, che continua a dirgli quanto sono bravi, eccetera, e questi si stufano. È un po' la stessa cosa di Andreotti che ovviamente nella politica vuole uscire dal di fuori.

La cosa interessante è che mentre Gödel parlava con Einstein di tutte queste belle cose ma non di relatività, stava facendo un lavoro lui stesso di relatività, perché ovviamente sapeva chi era Einstein, aveva studiato la relatività già da studente a Vienna, e riuscì a un certo punto a trovare, a fare un lavoro logico dentro la relatività e dentro la cosmologia. Riuscì a trovare un modello, quello che si potrebbe chiamare un **modello non standard della relatività**, cioè un'immagine del mondo, un modello dell'universo in cui succedono cose strane, in cui è possibile andare sempre avanti nel tempo, perché ovviamente non si può tornare indietro nel tempo perché si invertirebbe la freccia del tempo che invece è un epifenomeno (*Un epifenomeno è un fenomeno secondario che accompagna o consegue un altro fenomeno primario, ma che non ha alcuna influenza causale su di esso. In altre parole, è una sorta di "sottoprodotto" o "effetto collaterale" che si manifesta, ma che non è in grado di modificare il processo o l'evento da cui ha avuto origine.*) della termodinamica.

Si va dal passato al futuro e non al contrario. Come voi sapete, forse nella meccanica quantistica ma anche nella fisica atomica in realtà le particelle vanno avanti e indietro nel tempo: un elettrone che va dal passato al futuro può tornare indietro e noi lo chiamiamo, quando lo vediamo tornare indietro nel tempo cambiando anche carica, lo chiamiamo **positrone**.

Queste non sono cose fantascientifiche. Quando voi fate la PET, per esempio, quella "P" della PET vuol dire appunto positroni, **"tomografia a emissione di positroni"**, quindi sono cose perfettamente reali. Ma il tempo è reversibile a livello microscopico, diventa irreversibile quando si passa appunto alla termodinamica e al mondo a misura d'uomo.

Il problema è: com'è il tempo cosmologico? C'è una misura del tempo? Perché il tempo, come Einstein ci ha insegnato appunto nel 1905, non è un concetto filosofico. C'era bisogno di Sant'Agostino che nelle "Confessioni" disse: **"Il tempo, dice, sono quelle cose, se non mi chiedi che cos'è lo so, ma quando me lo chiedi non lo so."**

E tutti sono così estasiati da questa frase di Sant'Agostino. Io la considero una gran stupidaggine, forse perché non sono tanto d'accordo con i santi, mi stanno un po' così, mi fa venire il prurito. Ma pensate se venisse uno studente quando fa un esame, voi gli fate una domanda e lui vi rispondesse: **"Guardi, se non me lo chiede lo so, ma se me lo chiede non lo so."** Cosa fareste? Lo prendereste a calci e lo buttereste fuori, a meno che si chiamasse Agostino e fosse santo e scrivesse le sue "Confessioni".

Ma Einstein non cercò di definire che cos'è il tempo, o meglio lo definì non in maniera filosofica ma in maniera operativa: **"Il tempo," disse lui, "ciò che si può misurare con gli orologi."** Ora, gli orologi non sono semplicemente quelli che noi abbiamo al polso o cose analoghe. Qualunque fenomeno che ha una periodicità, che continua a ripetersi uguale a distanza di tempo, si potrebbe dire, può fungere da orologio.

E allora che cosa succede quando noi abbiamo dei fenomeni, per esempio, come l'espansione dell'universo? Quello crea un orologio che ci dice che c'è una freccia cosmologica che va in una certa direzione, la direzione dell'espansione dell'universo.

Ma nessuno sa se un giorno l'universo non invertirà questa freccia e tornerà indietro, quindi il tempo cosmologico potrebbe ritornare indietro. **Ma il nostro tempo è il tempo termodinamico che va sempre in una direzione.**

E Gödel trovò un modello dell'universo che soddisfa le equazioni di Einstein, quindi non è metafisica, sta dentro la descrizione che Einstein ha dato della relatività generale, in cui però è possibile fare quello che noi quotidianamente facciamo nello spazio. Se voi uscite da un edificio e girate attorno a questo edificio, non tornate indietro, ma quando avete fatto tutto il giro vi ritrovate nello stesso luogo spaziale, nello stesso punto spaziale. Gödel trovò che è possibile fare la stessa cosa nei suoi universi anche con il tempo: si può andare avanti senza mai tornare indietro e a un certo punto ci si ritrova non solo nello stesso punto, ma anche nello stesso istante del tempo. E lui disse che questa cosa è molto interessante perché va contro l'idea che noi abbiamo del tempo: un tempo circolare è un tempo paradossale perché non esiste prima o dopo su un cerchio, dipende da che punto di vista voi volete guardarlo semplicemente.

E a lui la cosa interessava. Il motivo per cui non ne parlò con Einstein era perché a lui interessava da un punto di vista filosofico. Lui aveva letto Kant, non era kantiano diceva, però era interessato a sapere se la filosofia kantiana era compatibile con la relatività generale di Einstein. La filosofia kantiana in particolare dice che il tempo e lo spazio non esistono oggettivamente, sono quello che Kant chiama gli *a priori* della conoscenza, gli *a priori* della percezione. E con questo modello Gödel dimostra che l'idea di Kant che il tempo sia soggettivo ma non oggettivo è possibile. Einstein vide questo modello e disse: "Questa è una cosa che aveva turbato anche me, sarebbe interessante vedere e capire se effettivamente questi modelli, se esistono, se c'è qualche motivo di credere che possano esistere modelli di questo genere, o se invece non si possano escludere dal punto di vista fisico." Cioè Einstein che diventa logico, così come Gödel il logico era diventato fisico e cosmologo. Perché quello che Einstein suggerisce di fare è dire: "Beh, forse la relatività generale è incompleta come teoria, esattamente come Gödel aveva già dimostrato per le teorie matematiche. Bisogna aggiungere degli assiomi per evitare che ci siano modelli dell'universi come quelli che Gödel ha trovato."

Quindi un uomo che non si è limitato soltanto a cercare di dimostrare teoremi nella logica matematica, in cui è considerato il più grande logico vissuto nel Novecento, ma addirittura si pensa che sia il più grande vissuto in tutta la storia, al massimo si fa il nome di Aristotele insieme a lui. Quindi questo è per dire a che livello si trovava Gödel nel campo della logica. Ma ha fatto molte cose anche al di fuori appunto della logica, e questa è una. La più singolare è quella che ha fatto nel 1970, anche se poi in realtà erano almeno 30 anni che ci stava pensando, e cioè dimostrare **l'esistenza di Dio**.

Ora, questa è una cosa che naturalmente molti hanno provato a fare, in particolare la scolastica (*La Scolastica fu la corrente filosofico-teologica dominante nel pensiero cristiano medievale, fiorita soprattutto tra l'XI e il XV secolo. Il suo obiettivo principale era quello di conciliare la fede cristiana con la ragione filosofica, utilizzando le categorie e i metodi della filosofia antica, in particolare quella di Aristotele, per comprendere e sistematizzare le verità rivelate.*) per tre secoli a partire dal libro di Sant'Anselmo nel 1077 aveva cercato di dimostrare l'esistenza di Dio, non alla maniera di Aristotele prima e poi di San Tommaso, cioè guardando il mondo, per esempio il famoso argomento che molti di voi conosceranno della **causa prima**.

Voi prendete un oggetto, questo oggetto ovviamente non è lì per caso, ha una causa. Ma questa causa anch'essa non è lì per caso, ha un'altra causa. E si risale partendo da un oggetto del mondo all'indietro alla ricerca delle sue cause. E San Tommaso diceva, così come dicevano i greci, non è possibile procedere all'indietro all'infinito, perché? Perché l'infinito non esiste, i greci non credevano all'esistenza dell'infinito. E quindi non si può risalire all'infinito. Significa che a un certo punto si parte da un oggetto, si trova la causa, la causa della causa, la causa della causa della causa, a un certo punto si arriva a qualcosa che causa ma non è causato, e questa viene chiamata la **causa prima**, e quello sarebbe un'idea della divinità. San Tommaso presenta cinque di queste prove o meglio lui le chiama "vie" dell'esistenza, verso l'esistenza di Dio, ma sono tutte prove o vie che richiedono l'esistenza del mondo, si parte da oggetti, per esempio si guarda al fine ultimo, all'essere perfettissimo e così via.

L'essere perfettissimo mi è scappato perché stavo pensando a quello che dovevo dire tra poco. Ma l'essere perfettissimo non c'è, ed è quello che introduce appunto Sant'Anselmo nel 1077, un tentativo di definire l'esistenza o meglio il concetto di Dio usando soltanto la ragione e di dimostrare la sua esistenza usando soltanto la ragione.

Sant'Anselmo propone un argomento: "Dio è ciò di cui non si può pensare niente di più grande". E lui sostiene che un essere definito in questo modo deve per forza esistere, perché se non esistesse si potrebbe pensare a un essere che è uguale a lui però esistente, che sarebbe più grande, e questa sarebbe una contraddizione.

È un argomento che è insomma un po' traballante, e infatti qualche secolo dopo Cartesio nelle sue "Meditazioni" prende questo argomento e lo trasforma in un argomento matematico. Ed è interessante perché matematico tra l'altro non è stupefacente per Cartesio, perché Cartesio era un matematico. Il famoso "Discorso sul metodo" che vi fanno studiare a scuola se fate il liceo o anche se fate l'università, discorso del 1637 che è considerato l'inizio della filosofia moderna, questo "Discorso sul metodo" era solo la prefazione al libro di Cartesio che consisteva di tre capitoli, uno dei quali si chiamava "Geometria" ed era il capitolo in cui Cartesio introduce la geometria cartesiana, gli assi cartesiani, le coordinate e così via. Quindi Cartesio era un matematico, non è stupefacente che anche quando pensa a Dio pensa in termini matematici.

E la sua idea è la seguente: vogliamo dimostrare un teorema e sappiamo già qual è il teorema: **Dio esiste**. Quello che trovate scritto ogni tanto, ma non da Cartesio, sul pilone dell'autostrada, ogni tanto c'è scritto "Dio esiste", questo è il teorema.

Però attenzione, siamo matematici, dice Cartesio, non possiamo dimostrare i teoremi così, dobbiamo partire da degli assiomi. Quali sono gli assiomi che ci permettono di dimostrare questo teorema? Prima ancora di poter definire gli assiomi, dobbiamo avere una definizione di ciò di cui stiamo parlando. Stiamo cercando di dimostrare che Dio esiste: che cos'è Dio? E come definizione Cartesio propone quella che poi diventerà uno degli articoli del Catechismo, il primo articolo del Catechismo di Pio X: **"Dio è l'essere perfettissimo."** Poi continuava il Catechismo: "creatore, signore, di tutte le cose," ma a noi interessa solo la prima parte: **"Dio è l'essere perfettissimo."**

Allora a questo punto Cartesio ha una definizione: **Dio è l'essere che ha tutte le perfezioni**. Ha un teorema che vuole dimostrare: Dio esiste. Gli serve un assioma che dica di quell'essere che lui ha definito che esiste. Qual è la cosa più ovvia? L'unica cosa che sappiamo dalla definizione di Dio è che **è perfettissimo**, che **ha tutte le perfezioni**. L'unica cosa che vogliamo dimostrare è che esiste. E allora l'assioma che Cartesio pone è: **"L'esistenza è una perfezione."** E allora a questo punto: Dio è l'essere che ha tutte le perfezioni, assioma: l'esistenza è una perfezione, teorema: Dio esiste. Dimostrazione ovvia: ha tutte le perfezioni, una di quelle è l'esistenza, c'ha pure quella. È una bellissima dimostrazione che mostra come lavora il matematico: **definizione, assioma, dimostrazione (in questo caso ovvia) e teorema**.

Il problema è che questa definizione, questa prova dell'esistenza di Dio che sembra così semplice, incomincia a far discutere i filosofi, in particolare fa discutere **Leibniz**, il quale dice: "A me convince poco questa storia, perché quella definizione che hai dato potrebbe essere una **definizione vuota**."

Quindi prima di poter effettivamente dire che Dio esiste **tu devi dimostrare che Dio è possibile**." Nel momento in cui hai dimostrato che Dio è possibile, allora poi la dimostrazione di Cartesio funziona.

E come fa Leibniz a dimostrare che Dio è possibile? Dice: "Beh, abbiamo definito Dio come essere che ha tutte le perfezioni. Le perfezioni due a due sono compatibili, e allora lo sono tutte insieme, quindi Dio è possibile."

E Gödel legge negli anni '40 questa dimostrazione, questo articolo di Leibniz che si chiamava **"Sulla dimostrazione dell'essere perfettissimo"**, e dice: "Leibniz hai sbagliato questa cosa, perché non è vero che se ci sono, c'è un insieme di proprietà che sono due a due compatibili, allora tutte le proprietà sono compatibili fra loro." Pensate in termini di numeri, che è la cosa

sempre più semplice. Pensate alle proprietà di essere maggiore di un certo numero: maggiore di zero, maggiore di uno, maggiore di due, eccetera. Prendetene due: la proprietà per esempio che dice "maggiore di due" è quella che dice "maggiore di cinque". Certo che sono compatibili, perché essere maggiore di cinque implica anche essere maggiore di due. Ma tutte le proprietà insieme non sono compatibili, perché ci dovrebbe essere qualcosa che è maggiore di zero, maggiore di uno, maggiore di due e di tutti i numeri, **e non c'è nessun numero maggiore di tutti i numeri.**

Questo è un errore logico che fa Leibniz, che era uno dei precursori della logica. E Gödel subito vede, gli prudono le dita, e dice: "Bisogna correggere questo errore." E riesce a correggere questo errore riformulando la dimostrazione di Cartesio e di Leibniz, e effettivamente riesce a dimostrare che Dio esiste dal punto di vista matematico, se lo si definisce in una maniera che è ancora più balzana di quella di Cartesio e di Anselmo, cioè come un essere che ha tutte le **proprietà positive**. Cosa sono le proprietà positive? Boh, nessuno lo sa. È appunto quello che gli serve a Gödel: non sapere cosa sono le proprietà positive e mettere degli assiomi che permettano di dimostrare il teorema.

La cosa interessante è che un signore che si chiama **Harvey Friedman** recentemente, una decina di anni fa, ha preso questo teorema di Gödel che dimostra l'esistenza di Dio, ha definito Dio in una maniera più o meno analoga a quella di Gödel ed è riuscito a dimostrare che se Dio definito in quel modo esiste, allora la matematica è coerente, cioè proprio le cose che Gödel e Turing dicevano che non si potevano fare. Il trucco sta nel fatto che quella definizione è così potente ovviamente che va fuori della matematica e quindi riesce a dimostrare la coerenza della matematica all'interno della matematica stessa.

Gödel alla fine della sua vita, o meglio diciamo così nella seconda parte della sua vita, lui smise di lavorare nel 1937-38. Era del 1906, quindi aveva 32 anni.

Tutte le cose che fece in matematica, a parte queste cose sulla cosmologia, le fece fino ai 32 anni. Dopodiché incominciò a leggere filosofia, e il filosofo che gli piaceva di più era **Leibniz**, naturalmente la sua monadologia: l'idea che noi siamo delle monadi (*Sostanze Semplici e Indivisibili*) che non abbiamo finestre e che però comunichiamo perché siamo messi in sincronia dalla monade centrale che è Dio. È un'idea un po' balzana.

Io non l'ho mai incontrato Gödel, però ho conosciuto tanti logici che l'hanno incontrato e conosciuto, che mi hanno raccontato aneddoti di prima mano. In particolare, un amico, che è un grande ricorsivista nello stesso campo in cui lavoravo io, mi ha raccontato una volta che lui ha parlato con Gödel di questo fatto: "Ma lei crede alla monadologia? Però la monadologia è una cosa un po' strana, l'idea che noi non abbiamo finestre, che comunichiamo semplicemente perché siamo sincronizzati da una potenza centrale, mi sembra che non abbia tanto senso." E Gödel rispose con un senso dell'umorismo un po' strano: "Leibniz si sbagliava, come d'altronde si è sbagliato su tutto." Ora, uno diceva: "Ma com'è possibile che qualcuno si sbagli su tutto?" Allora questo amico gli chiese: "Gli diceva cosa vuol dire?" E Gödel disse: "Ma naturalmente, non c'è nessuno che sappia fare tutte le cose corrette, ci vorrebbe la perfezione, nessuno di noi è perfetto, e tutti siamo capaci a fare un po' di cose corrette e un po' di cose incorrette. Quindi, poiché non si possono fare tutte le cose corrette, poiché tutti sono capaci di farne un po' una un po' l'altra, il meglio che si possa fare è sbagliare tutto." E infatti Leibniz, secondo lui, era il migliore.

Secondo lui era il miglior filosofo mai esistito perché aveva sbagliato tutto.

Questo era Gödel con questo suo strano senso dello humor, e potrei andare avanti credo tutta la sera a raccontare, anche perché nel libro ho messo molti aneddoti, ho messo anche molte delle lettere che lui raccontava sul fatto che per esempio quando parlava con sua madre ovviamente non poteva parlare di matematica perché la madre non aveva questa formazione, la madre non ha mai capito che cosa facesse suo figlio ovviamente come matematico. Poi questo figlio se ne andò tra l'altro in America, emigrò nel 1938. Come voi sapete nel 1938 l'Austria fu occupata dai nazisti, ci fu l'Anschluss. Gödel non era ebreo però assomigliava a un ebreo, nel senso che era un po' fragile forse di costituzione, aveva gli occhiali, si poteva scambiare per un ebreo, e in effetti quando cominciarono a arrivare le camicie brune, una sera fu fermato da una gang di giovanastri i

quali lo picchiarono, gli ruppero gli occhiali, furono mandati via dalla moglie con un ombrello così, però i due coniugi capirono che forse era meglio scappare.

Purtroppo Gödel aveva aspettato troppo per scappare, ormai l'Austria era già stata inglobata nella Germania nazista, lui aveva perso la cittadinanza austriaca ovviamente, e quindi cercò di andare negli Stati Uniti. Nel frattempo era arrivato il '39, era scoppiata la guerra, si erano interrotte le comunicazioni sull'oceano, e quindi quando alla fine gli arrivò il permesso di andare negli Stati Uniti e insegnare come cittadino tedesco, dovette anzitutto andare a Mosca, poi prendere la Transiberiana e finire a Vladivostok, prendere una nave e andare in Giappone, prendere un'altra nave e andare negli Stati Uniti, arrivare a San Francisco, prendere un treno, arrivare a New York per poi stabilirsi a Princeton. Fece il giro del mondo esattamente come lo fece il protagonista del "Giro del mondo in 80 giorni" di Jules Verne, ci mise in realtà 3 mesi, decise che di viaggi ne aveva sufficiente, non fece mai più nessun viaggio, non si fermò a Princeton e non si mosse più.

Nel frattempo ci fu la guerra e la guerra ovviamente tagliò i contatti fra la Germania dove la madre di Gödel era rimasta insieme al fratello e Gödel stesso con sua moglie. Solo dopo la guerra poi fu possibile ristabilire i contatti e si venne a sapere che la madre era viva, anche il fratello era sopravvissuto, e la madre ovviamente era anziana, voleva rivedere il figlio, ma il figlio cominciò a trovare scuse, ma di muoversi da Princeton non aveva nessuna voglia, prometteva che "verrà poi quest'autunno, questa primavera, quest'altro autunno..." E la madre alla fine, ormai 80enne, andò poi lei due o tre volte a trovare il figlio negli Stati Uniti, e fu lei a muoversi perché lui non tornò mai più in Austria, rifiutò tutti gli onori che gli fecero, che poi i governi austriaci in seguito li rimandò al mittente.

Ma comunque, diceva, la madre cominciò a capire che aveva un figlio dotato quando cominciò a capire che era un amico di Einstein. Persino la madre conosceva Einstein, perché era conosciutissimo appunto da tutti, l'uomo del secolo. E quindi incominciarono a parlare di lui e cominciò anche a parlare Gödel con la madre di problemi legati alla scienza, alla filosofia, alla religione. E ci sono alcune lettere molto interessanti in cui lui racconta quali sono le sue idee religiose. Lui credeva nell'aldilà, aveva una concezione astratta di Dio, dice, più o meno alla maniera di Leibniz, non alla maniera di Spinoza che era invece l'idea che aveva Einstein, cioè Dio come natura (*Deus sive natura*). E racconta anche altre cose, dice alla madre che è ovvio che dopo la morte ci incontreremo, d'altronde spesso vediamo degli spiriti, come naturalmente siete usi a fare anche voi. Dice: "Purtroppo sono sempre spiriti di un passato lontano." E allora fece il calcolo di quanto ci voleva nel suo modello per fare tutto il giro e ritornare nello stesso punto spazio-temporale, perché quelli sono gli spiriti, e ci voleva un tempo talmente lungo che rese impossibile, era questa la spiegazione secondo lui del fatto che si vedevano spiriti di un certo tipo invece che spiriti di altro tipo.

Dal punto di vista culturale, Gödel, benché fosse un membro del Circolo di Vienna, fosse appunto vissuto in una città che era una fucina di arti, di letteratura, di musica (c'era persino Freud, la psicanalisi), aveva dei gusti molto semplici. Per esempio nelle lettere alla madre scrive: "Ho scoperto l'altro giorno uno scrittore che si chiama Kafka" (siamo negli anni '60) e dice: "Un tipo molto strano, scrive un po' da matto, però una maniera vivissima." E ha letto ovviamente "Le metamorfosi", dice: "Per due notti ho fatto dei sogni come non l'avevo mai fatto nella mia vita." Poi dopo un po' dice: "Ho letto un libro, ho cominciato un libro di Dostoevsky, ma ho capito che questo è uno scrittore il cui scopo è di deprimere la gente, quindi questo non lo voglio leggere." Poi dice: "L'altro giorno sono andato a un concerto in onore di Einstein, che era morto nel frattempo nel 1955" (lui visse fino al '78) "e mi è toccato per la prima volta nella vita di sorbire due ore di quella musica di Bach, Handel e gente del genere", che la musica classica gli stava proprio qua, perché a lui piacevano le operette, queste canzoncine e così via. Di film ne vedeva pochissimi ma gli piacevano molto i cartoni animati di Disney, esattamente come Turing. Quindi non ho capito quale fosse il legame tra la logica da una parte e i cartoni animati, le fiabe dall'altra. Quindi un personaggio molto strano che diceva che la letteratura tedesca sicuramente non era la migliore del mondo e a cui piacevano però più le fiabe che i veri romanzi. Quindi in altre parole un po' l'esempio tipico, come ho già detto agli inizi, di genio e sregolatezza, o più che altro genio e pazzia. Vi ho già detto come è morto.

Però rimane il fatto che i **teoremi di Gödel hanno cambiato completamente la percezione che oggi si ha della matematica. La matematica non è più un'impresa che poteva essere universale, nel senso di avere un sistema in cui finalmente tutte le verità rientrano.** Ogni sistema ha i suoi pregi ma ha anche i suoi difetti: **nessun sistema è completo.**

E però questi teoremi che potevano sembrare così astratti poi alla fine sono stati resi concreti da **Alan Turing: il computer non ci sarebbe se non ci fossero stati i teoremi di Gödel.** Addirittura nel 1931, quando Gödel pubblicò il suo articolo, era considerato così difficile che pochissimi lo capivano proprio da un punto di vista tecnico. E allora il relatore di tesi di Turing chiese a questo giovane ragazzo, che era appunto Alan Turing, di cercare di spiegare meglio che cosa aveva fatto Gödel. E Turing lo dice anche in questo suo monologo: lui cerca di spiegarlo usando il concetto di macchina. E riformulando i teoremi di Gödel con il concetto di macchina, riesce ad arrivare all'idea di una **macchina universale** che parla di se stessa, perché le frasi che Gödel aveva usato per dimostrare il suo teorema erano appunto cose tipo "**io non sono dimostrabile**". E questo autoriferimento è poi quello che necessita delle codifiche che poi diventano i compilatori dei computer, necessita di autoreferenze che sono l'analogo dei paradossi che vengono usati dentro. Quindi è tutta la logica che converge lì dentro e che poi sfocia nell'informatica. L'informatica non è nient'altro che **logica applicata**, e quindi ha molto senso dire che la logica, forse prima in parte scherzavo ma in parte ero anche serio, cioè che la logica è un po' il nucleo centrale della cultura scientifica o perlomeno della cultura matematica del Novecento.